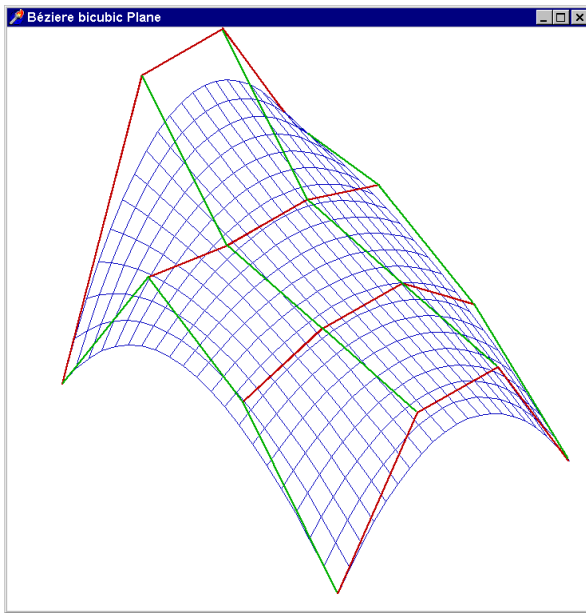


[zpět na 10. cvičení](#)

Bézierovy plochy



Bézierova bikubická plocha: je dvojrozměrným zobecněním Bézierovy kubiky.

Parametrické rovnice v maticové podobě:

$$\mathbf{Q}(r, s) = \begin{pmatrix} B_0(r) & B_1(r) & B_2(r) & B_3(r) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{00} & \mathbf{P}_{01} & \mathbf{P}_{02} & \mathbf{P}_{03} \\ \mathbf{P}_{10} & \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} & \mathbf{P}_{13} \\ \mathbf{P}_{20} & \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22} & \mathbf{P}_{23} \\ \mathbf{P}_{30} & \mathbf{P}_{31} & \mathbf{P}_{32} & \mathbf{P}_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_0(s) \\ B_1(s) \\ B_2(s) \\ B_3(s) \end{pmatrix}$$

$B_0(t) = (1-t)^3$; $B_1(t) = 3t(1-t)^2$; $B_2(t) = 3t^2(1-t)$; $B_3(t) = t^3$; $r, s \in \langle 0; 1 \rangle$, \mathbf{P}_{ij} jsou řídicí body plochy. Ty tvoří tzv. řídicí polygon, pomocí něhož plochu tvarujeme. Hrany řídicího polygonu vycházející z bodů \mathbf{P}_{00} ; \mathbf{P}_{03} ; \mathbf{P}_{30} ; \mathbf{P}_{33} jsou tečny plochy ve směru souřadných os, okraje plochy jsou tvořeny Bézierovými kubikami.

Příklad : Konstrukce Bézierovy bikubické plochy: $\mathbf{Q}(r, s) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 \mathbf{P}_{ij} B_i(r) B_j(s)$

```
procedure TDraw3D.BezierSurface(Sender:TObject);
type TPointOfGrid = record x,y,z:Double;end; // Deklarujeme typ TPointOfGrid jako záznam tří reálných
      TGrid=array [0..3,0..3] of TPointOfGrid; // souřadnic a TGrid jako dvojrozměrné pole -
var P: TGrid; i,j:Integer; Alfa,Beta:Double; // matici těchto záznamů. Dále deklarujeme indexy a pohledové úhly
Function B(i:Integer;t:Double):Double;
begin
  Case i of
    0:B:=(1-t)*(1-t)*(1-t); 1:B:=3*t*(1-t)*(1-t);
    2:B:=3*t*t*(1-t);      3:B:=t*t*t;      end;
end;
Procedure Bezi(r,s:Real;var A:T3DPoint);
var i,j:Integer;
begin
```

```
begin
  Q[1]:=0;for i:=0 to 3 do for j:=0 to 3 do
    Q[1]:=Q[1]+P[i,j].X*B(i,r)*B(j,s);
  Q[2]:=0;for i:=0 to 3 do for j:=0 to 3 do
    Q[2]:=Q[2]+P[i,j].Y*B(i,r)*B(j,s);
  Q[3]:=0;for i:=0 to 3 do for j:=0 to 3 do
    Q[3]:=Q[3]+P[i,j].Z*B(i,r)*B(j,s);
end;
```

```
x1:=-230;x2:=240;y1:=-300; With Image1 do y2:=y1+(x2-x1)*Height/Width;
Scale(x1,x2,y1,y2);Alfa:=40;Beta:=30;View(Alfa,Beta);
```

```
{*** definice řídícího polygonu ****}
```

```
P[0,0].X:= 10; P[0,0].Y:= 10; P[0,0].Z:= 150;
```

```
P[3,3].X:= 300; P[3,3].Y:= 300; P[3,3].Z:= -100;
```

```
for i:=0 to 3 do
```

{"červená" část polygonu}

```
begin
```

```
  for j:=0 to 3 do
```

```
    begin Q[j,1]:=P[i,j].X;Q[j,2]:=P[i,j].Y;Q[j,3]:=P[i,j].Z; end;
```

```
    PolyLine(Q,4,255,0,0)
```

```
  end;
```

```
for i:=0 to 3 do
```

{"zelená" část polygonu}

```
begin
```

```
  for j:=0 to 3 do
```

```
    begin Q[j,1]:=P[j,i].X;Q[j,2]:=P[j,i].Y;Q[j,3]:=P[j,i].Z; end;
```

```
    PolyLine(Q,4,0,255,0)
```

```
  end;
```

```
end;
```

```
hr:=0.1;hs:=0.1; r:=0;
```

{konstrukce samotné plochy - podélné řezy}

```
While r<=1+hr do
```

```
  begin
```

```
    s:=-hs;i:=0;
```

```
    While s<=1+hs do
```

```
      begin Bezi(r,s,C[i]);i:=succ(i);s:=s+hs;end;
```

```
      PolyLine(C,i-1,0,0,200);r:=r+hr;
```

```
    end; .....
```

{příčné řezy analogicky přehozením cyklů}

```
end;
```

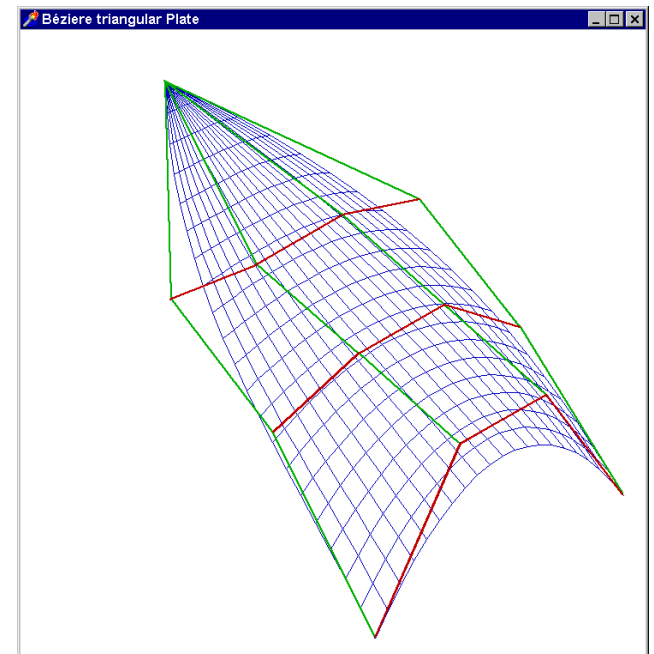
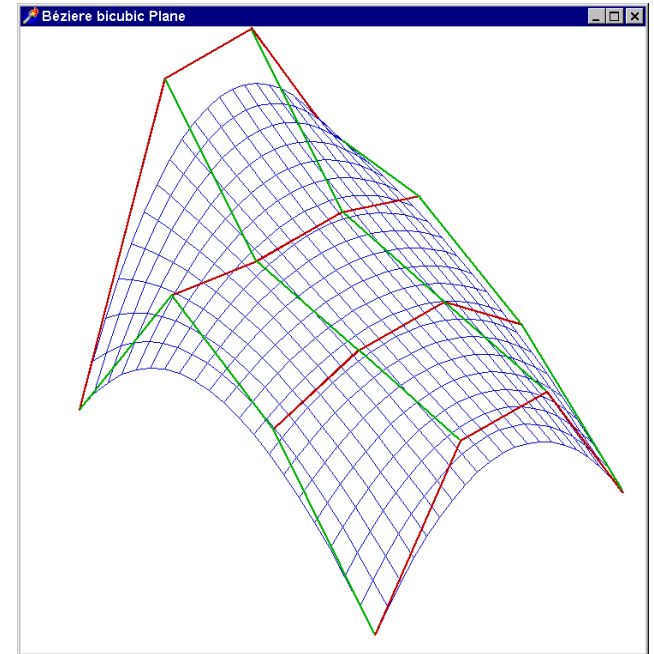
[Editovat příklad](#)

[Zdrojový kód](#)

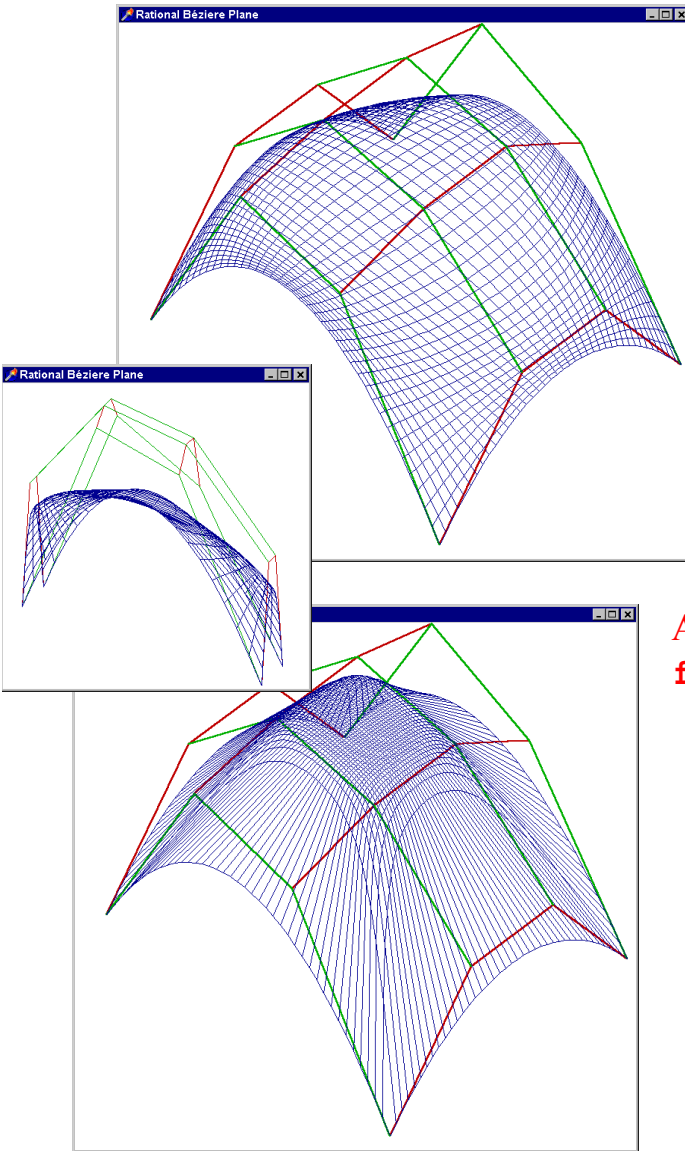
[Spustitelný kód](#)

[Hladké spojení](#)

Racionální Bezierova plocha



Function



$$R_{ij}^{(mn)}(t) = \frac{B_i^{(m)}(r)B_j^{(n)}(s)}{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n B_i^{(m)}(r)B_j^{(n)}(s)w_{ij}}$$

For l:=0 to n do

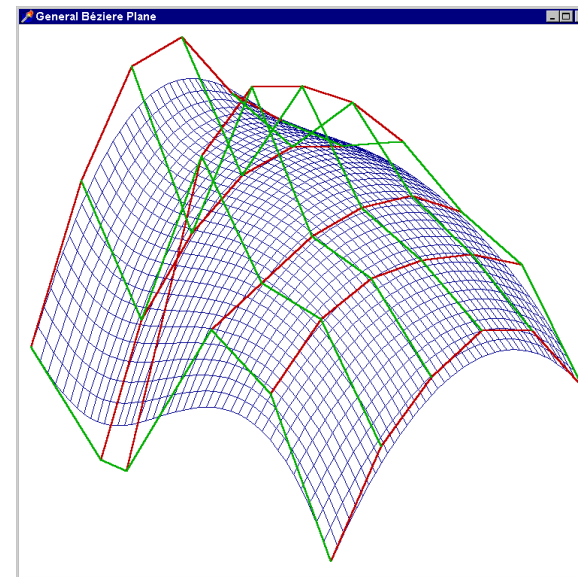
```
RatioBezi(i,j:Integer;r,s:Double):Double;
var k,l:Integer;Value:Double;
begin
    Value:=0;
    For k:=0 to m do
```

$$Q(r,s) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n \mathbf{P}_{ij} R_{ij}^{(mn)}(r,s)$$

```
Value:=Value+B(k,r)*B(l,s)*w[k,l];
RatioBeziere:=B(i,r)*B(j,s)*w[i,j]/Value;
end;
```

```
Procedure BezierePlane (r,s:Double; var A:T3DPoint);
var i,j:Integer;
begin
    A[1]:=0;A[2]:=0;A[3]:=0;
    for i:=0 to m do
        for j:=0 to n do
            begin
```

```
        A[1]:=A[1]+P[i,j].X*RatioBezi(i,j,r,s);
        A[2]:=A[2]+P[i,j].Y*RatioBezi(i,j,r,s);
        A[3]:=A[3]+P[i,j].Z*RatioBezi(i,j,r,s);
    end;
```

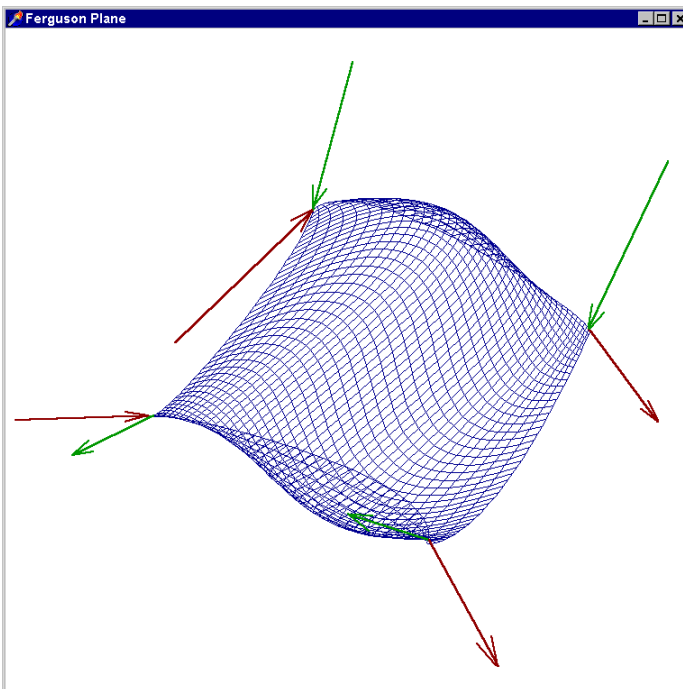
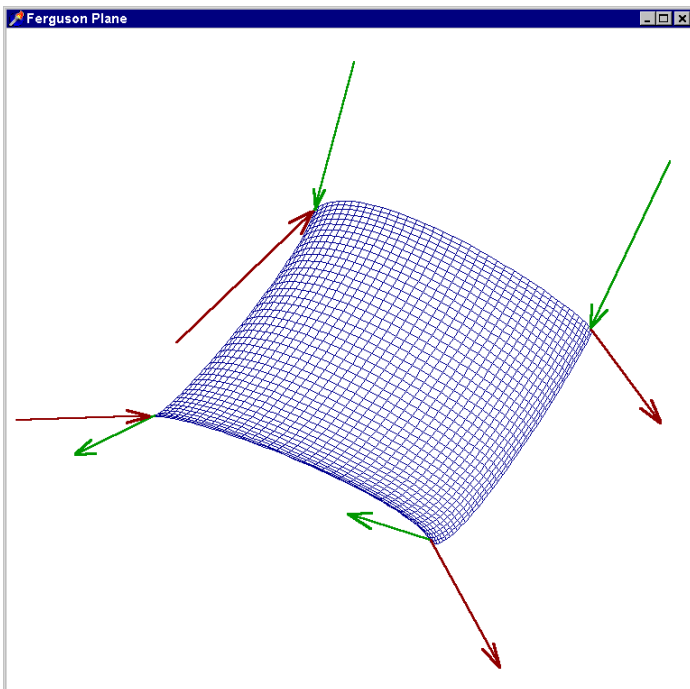


end;

Bezierova plocha n-tého stupně

Racionální plocha

$$Q(r, s) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n P_{ij} B_i(r) B_j(s) \quad \text{Plocha n-tého stupně}$$



Fergusonovy plochy

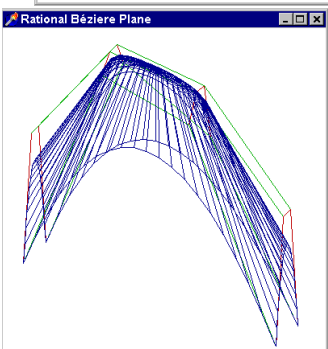
$$Q(r, s) = (B_0(r) \ B_1(r) \ B_2(r) \ B_3(r)) \begin{pmatrix} P_{00} & P_{01} \\ P_{10} & P_{11} \\ P_{20} & P_{21} \\ P_{30} & P_{31} \end{pmatrix}$$

kde

$$F_0(t) = 2t^3 - 3t^2 + 1; F_1(t) = -2t^3 + 3t^2; F_2(t) = t^3; t \in \langle 0; 1 \rangle;$$

P_{ij} jsou body určující rohy plochy, v_{ij}

tečné vektory v rozích a z_{ij} tříslůžkové zkruty v rozích. Při zadávání musíme mít na paměti orientaci tečných vektorů a zkrutů dle schématu:



$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} \curvearrowright z_{00} \downarrow \end{array} \begin{array}{c} v_{01} \quad v_{02} \end{array} \begin{array}{c} \downarrow z_{03} \end{array} \\ \begin{array}{c} \rightarrow v_{10} \end{array} \begin{array}{c|c} P_{11} & P_{12} \end{array} \begin{array}{c} \rightarrow v_{13} \end{array} \\ \begin{array}{c} \rightarrow v_{20} \end{array} \begin{array}{c|c} P_{21} & P_{22} \end{array} \begin{array}{c} \rightarrow v_{23} \end{array} \\ \begin{array}{c} \curvearrowleft z_{30} \downarrow \end{array} \begin{array}{c} v_{31} \quad v_{32} \end{array} \begin{array}{c} \downarrow z_{33} \end{array} \end{array}$$

Pokud označíme všechny prvky matice písmenem \mathbf{P} , je Fergusonova plocha určena rovnicí

$$\mathbf{Q}(r, s) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n \mathbf{P}_{ij} R_{ij}^{(mn)}(r, s)$$

[Spustitelný kód](#)

[12. cvičení](#)